

1.

Handelt es sich bei den folgenden um diskrete oder stetige Zufallsvariablen?

- a.) Anzahl der Kunden, die an der Kasse in der Schlange stehen.
- b.) Die Menge an Energie, die pro Tag von einem Energieversorgungsunternehmen produziert wird.
- c.) Die an einem bestimmten Punkt gemessene Geschwindigkeit eines Autos auf der Autobahn.
- d.) Die Anzahl defekter Glühbirnen in einer 4er Packung.
- e.) Die Zeit, die benötigt wird, um eine Lieferung zum Empfänger zu transportieren.

diskret

stetig

stetig

diskret

stetig

2.

Ein Hersteller behauptet, dass 30% aller Konsumenten sein Produkt bevorzugen. Eine Umfrage unter 150 Konsumenten ergibt, dass 39 das Produkt bevorzugen. Lässt sich die Aussage des Herstellers widerlegen? ( $\alpha = 0.1$ )

$H_0 : p = 0.3 \dots H_a : p \text{ ungleich } 0.3$

Teststatistik:  $z = -1.07$

Ablehnungsbereich:  $z < -1.645$

$H_0$  kann nicht abgelehnt werden. Die Aussage des Herstellers kann nicht widerlegt werden.

4.

Bitte berechnen Sie mit Hilfe der untenstehenden Tabelle den Erwartungswert und dessen Varianz.

X	0	1	2	3	4	5	6
P(x)	0,03	0,28	0,14	0,15	0,25	0,05	0,1

$$E(X) = x \cdot p(X) = 0 \cdot 0,03 + 1 \cdot 0,28 \dots = 2,86$$

$$\text{Varianz} = 11,04 - 2,86^2 = 2,8604$$

5.

Wie verändert sich ein Konfidenzintervall, wenn n größer wird?

- a) es wird größer
- b)  es wird kleiner
- c) n hat keinen Einfluss auf das Konfidenzintervall
- d) nichts von alledem

6.

Wie viele mögliche Zahlenkombinationen gibt es beim TOTO Gewinnspiel (6 aus 45)?

$$C_6^{45} = 8\,145\,060 \text{ Möglichkeiten}$$

8.

Wenn das arithmetische Mittel, Median und Modalwert an derselben Stelle liegen, sprechen wir

- a.) Von einer Linksschiefe
- b.) Von einer Rechtsschiefe
- c.) Von einer Normalverteilung
- d.) Von einem Tschebischeff Theorem

Antwort c: Normalverteilung

10.

x sei eine Binomial-Zufallsvariable mit  $n = 100$  und  $p = 0,3$ .  
 $P[25 \leq x < 75]$  sollte angenähert (approximiert) werden durch

- a)  $P[25 < x < 75]$
- b)  $P[26 < x < 74]$
- xc)  $P[24.5 < x < 74.5]$
- d)  $P[24.5 < x < 75.5]$

11.

Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten  $p(x)$  für alle möglichen Werte von x ist immer gleich 1

- xxa) richtig
- b) falsch

12.

X sei eine binominale Zufallsvariable mit  $n=5$  und  $p=0,7$ .

- a) Finden Sie  $p(x \leq 3)$ , indem Sie den Wert mit Hilfe der passenden Formeln ausrechnen.
- b) Finden Sie  $p(x > 2)$  mit Hilfe der passenden Tabelle.

zu a)  $1 - p(4) - p(5)$

$$1 - (5 * 0,7^4 * 0,3^1) - (1 * 0,7^5 * 0,3^0) =$$

$$1 - 0,36015 - 0,16807 = 0,47178$$

Zu b)  $1 - 0,163 = 0,837$

**13.**

Einer Stichprobe von 12 indischen Kühen ist zu entnehmen, dass diese im Durchschnitt 5,95 Liter Milch am Tag produzieren mit einer Varianz von 0,45 Liter. Einer Stichprobe von 15 englischen Kühen ist zu entnehmen, dass diese im Durchschnitt 5,65 Liter Milch am Tag produzieren mit einer Varianz von 0,90 Liter. Kann man behaupten, dass die indischen Kühe signifikant mehr Milch produzieren als die englischen Kühe? (Irrtumswahrscheinlichkeit = 10 %)

Lösung: Test zweier Mittelwerte

H-Null:  $\mu_1 - \mu_2 = D_0$

einseitiger Test :  $\mu_1 - \mu_2 > D_0$

gepoolte Varianz:  $s^2 = 0,702$  und  $s = 0,8378$

in t-test einfügen:  $t = 0,92$

$K_{\alpha} = df = 25$  und  $t_{1,100} = 1,316$

H-Null kann nicht abgelehnt werden, da 0,92 nicht größer als 1,31. Also indische Kühe produzieren nicht mehr Milch

**14.**

Die Varianz kann gleich null sein.

Xa) Richtig

b) Falsch

**15.**

Der Z-Wert bei einer Standardnormalverteilung ist im Mittelpunkt der Verteilung

a.)=0

b.)=1

c.)=0,95

d.)=0,05

Lösung: a)=0

**16.**

Nach einer Lifestylestudie werden 50% aller Beziehungen von Männern beendet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 zufällig ausgewählten gescheiterten Beziehungen, genau 45 von Männern beendet wurden? (Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, indem Sie die Binominalverteilung durch die Normalverteilung annähern!)

$$\mu = np = 100(0,5) = 50$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100(0,5)(0,5)} = 5$$

$p(44,5)$  und  $p(45,5)$  in z-Verteilung=  $z_1=-1,1 \dots z_2=-0,9$   
in der Tabelle schauen:  $z_1 - z_2 = 0,3643 - 0,3159 = 0,0484$  ,  
 $p(45)=0,0484 \dots$  also 4,48 Prozent

17.

Bei wachsender Größe der Stichprobe konvergiert der Stichprobenmittelwert

- a.) gegen den Erwartungswert
  - b.) gegen 1
  - c.) gegen 0
  - d.) gegen die Grenzen des Konfidenzintervalls
- Antwort a) gegen den Erwartungswert

18.

Ein Geschmackstest-Experiment wird durchgeführt, um ein neues Süßungsmittel mit einem bereits auf den Markt etablierten Produkt zu vergleichen. 10 Personen wurden gebeten das Produkt zu benennen, welches ihnen lieber ist. Nehmen Sie an, dass die Süßungsmittel nicht voneinander abweichen in Bezug auf die gewünschten Eigenschaften und somit die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person das neue Produkt auswählt bei 0,5 liegt. Nehmen Sie weiterhin an, dass die Vorliebe einer Person unabhängig ist von der Vorliebe einer anderen Person. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 8 und mehr Personen das neue Produkt bevorzugen?

$$P(8 \text{ und mehr}) = p(8) + p(9) + p(10)$$

$$\begin{aligned} &= (C_{8}^{10} * 0,5^8 * 0,5^2) = (0,0439) \\ &+ (C_{9}^{10} * 0,5^9 * 0,5^1) = (0,00977) \\ &+ (C_{10}^{10} * 0,5^{10} * 0,5^0) = (0,000977) = 0,055 \dots \text{also } p(8 \text{ und mehr}) = \end{aligned}$$

5,5 Prozent

19.

Welche Annahme wird laut Zentralem Grenzwertsatz bezüglich der Statistiken getroffen, wenn die Population nicht normalverteilt ist, und welches Kriterium muss erfüllt sein, damit der Zentrale Grenzwertsatz angewandt werden kann? Erklären Sie kurz.

Antwort: Statistiken sind annähernd normalverteilt aber, wenn die Stichprobe ausreichend groß ist, d.h.  $n > 30$  können die Statistiken behandelt werden als wären sie normalverteilt

20.

4.

Beim Konfidenzintervall, das zur Schätzung eines Populations-Parameters herangezogen wird, befindet sich die Punktschätzung aus der Stichprobe

normalerweise

- a) am oberen Rand des Intervalls
- b) am unteren Rand des Intervalls
- x**c) im Mittelpunkt
- d) nur dann im Intervall, wenn signifikant

## 22.

Bestimmen Sie (mit Hilfe der Tabelle!) die Fläche unter der Kurve einer Normalverteilung zwischen den folgenden Werten:

a.)  $z_0 = 1,83$   $z_1 = 2,32$       $A_0 = 0,4664$       $A_1 = 0,4898$       $A_1 - A_0 \rightarrow 0,4898 - 0,4664 =$   
 $0,0234$

b.)  $z_0 = 0$   $z_1 = -1,63$       $A_0 = 0$       $A_1 = 0,4484$       $A = 0,4484$

c.)  $z_0 = -0,81$   $z_1 = 1,5$       $A_0 = 0,2910$       $A_1 = 0,4332$       $A_0 + A_1 \rightarrow$   $0,7242$

d.)  $z_0 = -1,43$   $z_1 = -0,8$       $A_0 = 0,4236$       $A_1 = 0,2881$       $A_1 - A_0 \rightarrow 0,4236 - 0,2881$   
 $= 0,1355$

## 23.

Angenommen wir wollten den durchschnittlichen Tagesertrag einer Chemikalie, die in einem Chemieunternehmen erzeugt wird, ermitteln. Der tägliche Ertrag, verzeichnet für  $n=50$  Tage, hat ein Mittel  $\bar{X}$  von 871 Tonnen und eine Standardabweichung  $s=21$  Tonnen.

a) Schätzen Sie den durchschnittlichen Tagesertrag  $\mu$  mit einem 95% Konfidenzintervall.

b) Wie groß muss die Stichprobe sein, damit der Schätzfehler höchstens 4 Tonnen ist? ( $\alpha = 0.05$ )

a) Lösung  $\bar{X} = 871$  Tonnen, 95% iges KI

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot s / (\sqrt{n})$$
$$871 \pm 1,96 \cdot 21 / \sqrt{50}$$
$$871 \pm 5,8209$$

KI[865,18; 876,82]

$\mu$  befindet sich also im Bereich zwischen 865,18 und 876,82 Tonnen.

b) einfach in die Gleichung 4 einsetzen und nach  $n$  auflösen;  $n = 105,88$  also 106

## 24.

Wie groß ist der Wert für  $t_{0,005}$  bei 7 Freiheitsgraden?

- a) 3,169
- b) 1,895

- c) 2,228
- d) 3,499

d) ist richtig

**25.**

Das Gewicht  $X$  des in 50g-Packungen abgefüllten Gewürzpulvers sei normalverteilt mit  $\mu=50$  und  $\sigma^2=4$ . Wenn bei einer Kontrolle das Gewicht unter 45g liegt, muss der Hersteller mit einer Strafe rechnen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hersteller mit einer Strafe rechnen muss?

$$z\text{-Test} = \frac{45 - 50}{2} = -2,5$$
$$p(z < -2,5) = 0,5 - 0,4938 = 0,0062$$

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllgewicht mehr als 47g aber höchstens 53g beträgt?  $z_1 = \frac{47 - 50}{2} = -1,5$        $z_2 = \frac{53 - 50}{2} = 1,5$

$p(-1,5 < z < 1,5) = 0,4332 + 0,4332 = 0,8664$ .....Die Wahrscheinlichkeit liegt bei 86,6%.