

Klausur: Einführung in die Statistik

Lösungen immer unter die jeweiligen Aufgaben schreiben. Bei Platzmangel auf die Rückseite schreiben (dann Nummer der bearbeiteten Aufgabe mit anmerken!!!).
Lösungen, die nicht auf den Aufgabenblättern stehen, können nicht bewertet werden!

Bitte ausfüllen:

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

Wichtig: Die Klausur ist wie folgt aufgebaut:

1. Allgemeiner Teil (S. 2 – 7) - muss von ALLEN bearbeitet werden

2. Spezieller Teil - hier müssen Sie wählen zwischen:

a.) Zuber – Spezieller Teil (S. 8 – 11).....

b.) Hafner – Spezieller Teil (S. 12 – 15).....

Bitte kreuzen Sie an, welchen Teil Sie bearbeiten werden!

Das wird von aus ausgefüllt...

(Erreichte Punkte: _____)

1. Allgemeiner Teil (müssen ALLE bearbeiten)

1. Aufgabe (7 Punkte)

Berechnen Sie arithmetisches Mittel, Median und Modalwert aus folgender Verteilung und stellen Sie fest, ob es sich um eine positive oder negative Schiefe handelt.

27	33	46	9
6	50	23	11
3	4	13	39
12	13	24	18

2. Aufgabe (4 Punkte)

Berechnen Sie aus folgender Zahlenreihe Varianz und Standardabweichung.

5 0 2 8 12 9

3. Aufgabe (3 Punkte)

Welches Datenniveau (Arten von Daten) haben folgende Dinge:

- a.) Schuhgrößen
- b.) Schulnoten
- c.) Augenfarben

4. Aufgabe (4 Punkte)

Folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung sei gegeben; berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

x	7	8	3
p(x)	0,3	0,11	0,59

5. Aufgabe (5 Punkte)

Handelt es sich bei den folgenden um diskrete oder stetige Zufallsvariablen?

- a.) Die Anzahl von Gummibärchen in Goldbären Packungen
- b.) Die Entfernungen der Wohnungen der Studierenden zur Hochschule
- c.) Die Höhe von Häusern
- d.) Stellen Sie skizzenhaft die Verteilung einer stetigen und diskreten Zufallsvariable dar

6. Aufgabe (9 Punkte)

X sei eine binomiale Zufallsvariable mit $n=7$ und $p=0,6$

- a) Finden Sie $p(x > 5)$, indem Sie den Wert mit Hilfe der passenden Formeln ausrechnen (auf mindestens zwei Dezimalstellen genau).
- b) Finden Sie $p(x = 2)$ mit Hilfe der passenden Tabelle.
- c) Finden Sie $p(x \geq 3)$ mit Hilfe der passenden Tabelle.
- d) Berechnen Sie den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung.

7. Aufgabe (5 Punkte)

Laut einer Studie brauchen Tiefkühlpizzen im Ofen durchschnittlich 11 Minuten, bis sie zum Verzehr fertig ist. Die Dauer sei normalverteilt und die Varianz beträgt 4 Minuten.

- a) Wie groß ist der Prozentsatz der Tiefkühlpizzen, die länger als 14 Minuten brauchen um für den Verzehr geeignet zu sein?
- b) b.) Bitte skizzieren Sie eine Normalverteilung und zeigen Sie welcher Flächeninhalt in Aufgabe a.) gesucht wurde.

8. Aufgabe (5 Punkte)

Bei einer wissenschaftlichen Untersuchung von Eichhörnchen im Teutoburger Wald wurde festgestellt, dass nur 50 % der geborenen Eichhörnchen den Winter überleben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 80 zufällig ausgewählten Eichhörnchen GENAU 30 den Winter nicht überleben?

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, indem Sie die Binominalverteilung an die Normalverteilung approximieren.

9. Aufgabe (7 Punkte)

Eine Stichprobe der Größe $n=150$ wird aus einer nicht normalverteilten Population gezogen, deren Mittelwert $\mu = 150$ und deren Standardabweichung $\sigma = 15$ beträgt.

- a) Berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung der Stichprobenverteilung $\mu_{\bar{X}}$ und $\sigma_{\bar{X}}$
- b) Errechnen Sie $p(\bar{X} > 152)$ und $p(147 < \bar{X} < 151)$

2. a.) Zuber – Spezieller Teil

10. Aufgabe (6 Punkte)

Wir wollen die durchschnittliche Dauer einer Sendung im Fernsehen ermitteln. Es wurden 100 Sendungen gestoppt. Der Mittelwert beträgt 35 Minuten, mit einer Standardabweichung von 7 Minuten.

- a) Bestimmen Sie den Punktschätzer und dessen Schätzfehler bei einer Schätzfehlergrenze von 95%. Zeigen Sie in welchem Intervall der wahre Mittelwert bei dieser Schätzfehlergrenze liegt.
- b) Wie groß muss die Stichprobe sein, damit der Schätzfehler – bei der gleichen Schätzfehlergrenze wie in a.) – höchstens 1 Minute ist?

11. Aufgabe (6 Punkte)

Eine Studie hat gezeigt, dass im Durchschnitt Trainees in der Hotelbranche 37.950 € mit einer Standardabweichung von $s = 3.200$ verdienen. Bei der Hotelkette Hilton wurden 120 Trainees nach ihrem Gehalt befragt. Im Durchschnitt zahlt die Hotelkette ihren Trainees 36.500 €.

Testen Sie, ob Hilton signifikant mehr bezahlt als in der Branche üblich ist ($\alpha = 0,05$).

12. Aufgabe (2 Punkte)

Warum muss bei der Approximation einer Binominalverteilung an die Nominalverteilung eigentlich immer zuerst geprüft werden, ob das Intervall $np \pm 2\sqrt{npq}$ zwischen 0 und n fällt?

13. Aufgabe (2 Punkte)

Nehmen Sie an, dass sie anhand einer Stichprobe, den Standardfehler der Stichprobenverteilung und den Schätzfehler einer Punktschätzung errechnet haben. Nun wird in der Stichprobe die Anzahl der Untersuchungseinheiten (n) vergrößert.

Was passiert dadurch mit dem von Ihnen vorher errechneten Standardfehler der Stichprobenverteilung und mit dem Schätzfehler der Punktschätzung?

14. Aufgabe (8 Punkte)

Der Verband der Milchbauern behauptet, dass gefleckte Kühe mehr Milch geben als einfarbige Kühe. Um dieses Urteil zu überprüfen wurden jeweils 150 Kühe von beiden Sorten getestet. Das Experiment hat ergeben dass 96 der gefleckten Kühe und 65 der einfarbigen Kühe überdurchschnittlich große Milcherträge erbracht haben.

Sprechen die Werte für einen Unterschied gefleckter und einfarbiger Kühe in Bezug auf ihren Milchertrag? Testen Sie mit $\alpha = 0,05$.

2. b.) Hafner – Spezieller Teil

10. Aufgabe (8 Punkte)

Bei der bevorstehenden Bundestagswahl geht die SPD davon aus, dass sie von 35% der Wahlberechtigten gewählt werden. Ein Wahlforschungsinstitut soll $n = 1000$ Wahlberechtigte befragen.

- a) (3 Punkte) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Stichprobenanteilwert H in das Intervall 33% und 37% Stimmenanteil fallen. Bestimmen Sie:

$$P\left(-z \leq \frac{H - p}{\sigma_H} \leq +z\right) = P(33\% \leq H \leq 37\%)$$

- b) (3 Punkte) In welchem Intervall ist der Anteil der SPD-Wähler in einer Zufallstichprobe mit einer W'keit von 0.95 zu erwarten?
- c) (2 Punkte) Stellen Sie die Stichprobenverteilung des Anteilwertes skizzenhaft in einem Schaubild dar und zeichnen Sie die Lösungen aus den Teilaufgaben a) und b) ein. Interpretieren sie das Schaubild!

11. Aufgabe (4 Punkte)

Der ADAC in Heilbronn führt eine Umfrage unter $n=50$ Autobesitzer über das innerstädtische Fahrverhalten durch. Ein Ergebnis dabei ist, dass die Autobesitzer durchschnittlich 10 Stunden in Heilbronn mit dem Auto unterwegs sind. Die errechnete Standardabweichung beträgt dabei 2 Stunden ($=s_x$).

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Standardabweichung des Stichprobenmittelwertes anhand der Formel:

$$\sigma_{\bar{x}} = s_x \sqrt{\frac{1}{n-1}}$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Mittelwert m in das Intervall 9.5 und 10.5 Stunden fallen? Bestimmen Sie:

$$KI(1 - \alpha] = P(9,5 \text{ Std} \leq \mu \leq 10,5 \text{ Std})$$

12. Aufgabe (7 Punkte)

Beim Oktoberfest in München soll nach heftiger Kritik der Besucher die Maß Bier mindestens 0,9 Liter Bier enthalten. Bei einer Stichprobe vom Umfang $n=50$ im Augustinerzelt im vergangenen Jahr ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 0,85 Liter mit einer errechneten Standardabweichung von 0,1 Liter ($=s_x$).

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Standardabweichung des Stichprobenmittelwertes anhand der Formel:

$$\sigma_{\bar{x}} = s_x \sqrt{\frac{1}{n-1}}$$

- a) (2 Punkte) Wie lautet die Nullhypothese? Wie lautet die Alternativhypothese? Welche Art von Hypothesentest muss durchgeführt werden?
- b) (3 Punkte) Überprüfen Sie die Nullhypothese unter der Annahme eines 1% Signifikanzniveaus ($\alpha=0,01$)? Wie lautet Ihr Testergebnis?
- c) (2 Punkte) Stellen Sie Ihr Testergebnis skizzenhaft in einem Schaubild mit Ablehnungs- und Verwerfungsbereich dar.

13. Aufgabe (5 Punkte)

Die Bio-Branche beauftragte ein renommiertes Forschungsinstitut zur Befragung von Kunden und deren Kaufverhalten bei Lebensmitteln. Anhand einer Zufallsauswahl von $n=1500$ Kunden stellte sich heraus, dass 8,5% der Personen ausschließlich Bio-Produkte kaufen. Kann die Bio-Branche davon ausgehen, dass der Anteil der Bevölkerung, die ausschließlich Bioprodukte kauft, bei 10% liegt?

- a) (3 Punkte) Überprüfen Sie die Nullhypothese unter der Annahme eines 5% Signifikanzniveaus ($\alpha=0,05$)? Wie lautet Ihr Testergebnis?
- b) (2 Punkte) Worin besteht der Unterschied zwischen zweiseitigem, ober- und unterseitigem Test? Erläutern Sie.