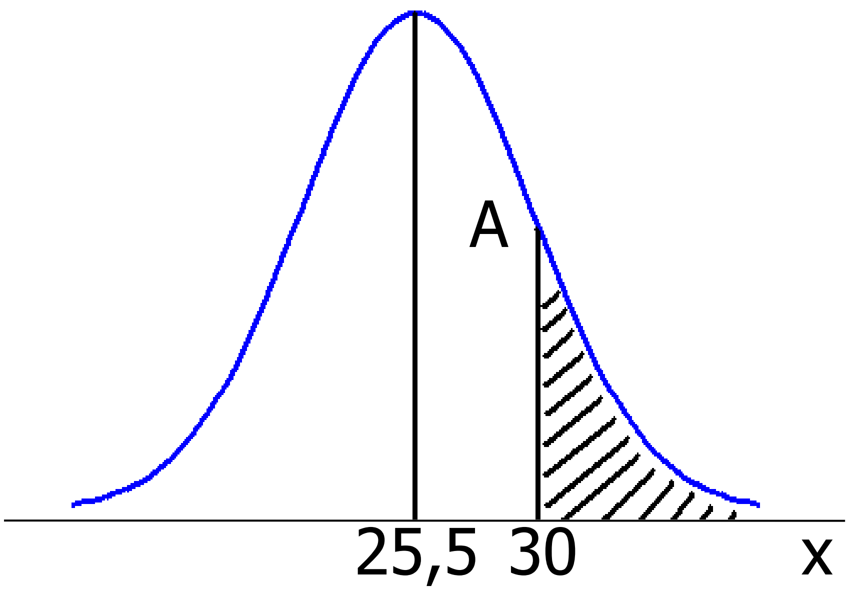
Übungsaufgaben WS1011

Aufgabe 2:

- Studien zeigen, dass der Benzinverbrauch von Motorrädern in Deutschland normal verteilt ist, mit einem Mittel von 25,5 km/l und einer Standardabweichung von 4,5 km/l. Welcher Prozentsatz von Motorrädern machen mehr als 30 km/l?



$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{30-25,5}{4,5} = 1,0$$

A = 0,3413

$P(x \geq 30) = 0,5 - 0,3413$

$= 0,1587 \rightarrow 15,87\%$

Aufgabe 3:

Wir wollen wissen wieviele Zigaretten die Studenten der HS Heilbronn in der Woche rauchen. Deshalb ziehen wir eine Zufallsstichprobe von 18 StudentInnen. Im Durchschnitt werden 24,5 Zigaretten in der Woche geraucht mit einer Standardabweichung von 5.

Schätzen Sie wieviele Zigaretten im Durchschnitt alle Studenten der HS Heilbronn in der Woche rauchen mit einem 95% Konfidenzintevall.

$$1{,}96\sigma_{\overline{x}} = 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$1{,}96\frac{5}{\sqrt{18}} = 2{,}3$$

95 %- Konfidenzintervall: 22,3 bis 26,8

Aufgabe 4:
Der Body-Mass-Index ist ein Maß des Körperfetts basierend auf Größe und Gewicht. Nach den „Dietary Guidlines for Americans“ bedeutet ein BMI über 25 Übergewichtigkeit.

Eine Untersuchung an der Arizone State University zeigte, dass von 750 zufällig ausgesuchten Bachelor-StudentInnen 386 übergewichtig sind. Von 500 zufällig ausgesucht Master-StudentInnen sind 237 übergewichtig.

Frage: Sind die Bachelor StudentInnen in ihrem Gewicht signifikant unterschiedlich zu den Master-studentInnen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit)

$$p_1 = \frac{386}{750} = 0,515 \qquad p_2 = \frac{237}{500} = 0,474$$

$H_0: p_1 = p_2$

$H_A: p_1 \neq p_2$

$$z = \frac{(0,515 - 0,474)}{\sqrt{\frac{(0,515)(0,485)}{750} + \frac{(0,474)(0,526)}{500}}} = 1,42$$

$$\alpha = 0.05$$

$$KW1 = -1.96$$

$$KW2 = 1.96$$

1,42 > 1,96 f.A.

1,42 < -1,96 f.A.

H-Null kann nicht abgelehnt werden. Somit sind die Bachelor StudentInnen in ihrem Gewicht nicht signifikant unterschiedlich im Vergleich zu den Master-StudentInnen.

Aufgabe 4:

- Wie ist der Einfluss von Männern und Frauen auf das familiäre Kaufverhalten?
  Eine Studie zeigt, dass in 70% der Fälle die Männer entscheiden, welches neue Auto gekauft wird.
  Angenommen, 4 Familien wollen neues Auto kaufen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in MINDESTENS 2 der 4 Familien der Ehemann den entscheidenden Einfluss ausübt?

- P (mindestens 2) $= P(x\geq 2) = p(2) + p(3) + p(4)$
$= 1 - p(0) - p(1)$
$= 1 - C^4_0(0{,}7)^0(0{,}3)^4 - C^4_1(0{,}7)^1(0{,}3)^3$
$= 1 - 0{,}0081 - 0{,}0756$
$= 0{,}9163$

Die Wahrscheinlichkeit ist 91,63%, dass der Ehemann in mindestens 2 Familien den Autoverkauf bestimmt

Aufgabe 5:

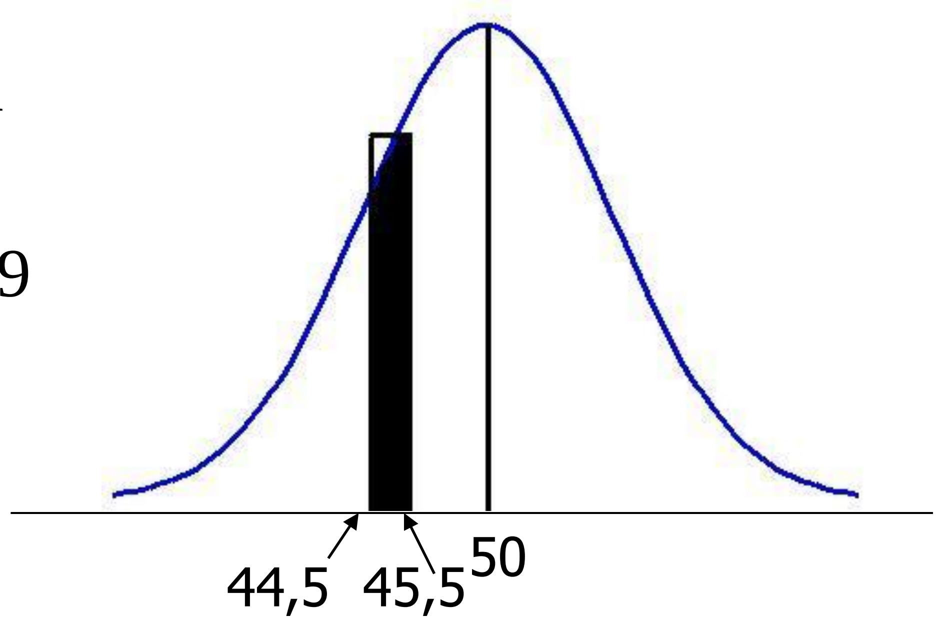
- Nach einer Studie über Bankdarlehen werden 50% aller Darlehen dazu benutzt, bereits vorhandene Rechnungen zu finanzieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 45 von 100 zufällig ausgewählten Darlehen einer Bank dazu benutzt werden, vorhandene Schulden zu decken?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit durch Approximation an die Normalverteilung!

$$\mu = np = 100(0{,}5) = 50$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100(0{,}5)(0{,}5)} = 5$$

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{44,5 - 50}{5} = -1,1$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{45,5 - 50}{5} = -0,9$$



p(45) ≈ $P(z_1 \leq z \leq z_2)$ = P (-1,1 ≤ z ≤ -0,9) = 0,3643 – 0,3159 = 0,0484

Aufgabe 6:

Firma A weiß, dass durchschnittlich 1 von 10 Konsumenten ihr Produkt favorisieren. Nach einer PR-Kampagne in einer bestimmten Region wurden 200 Einwohner dieser Region befragt um die Effektivität der Werbekampagne festzustellen. Das Ergebnis der Umfrage brachte die Erkenntnis, dass 26 Konsumenten das Produkt der Firma A bevorzugen. Bedeutet dieses Ergebnis, dass die Werbekampagne erfolgreich war? (Irrtumswahrscheinlichkeit = 5 %)

(Es wird davon ausgegangen, dass die Stichprobe die erforderlichen Annahmen erfüllt.)

$p_0 = 0.1$

$$\tilde{p} = \frac{23}{200} = 0.13$$

H_0: p = 0.1

H_A: p > 0.1

Da $\alpha = 0.05$, deshalb wird H-Null verworfen wenn z > 1.645.

$$z = \frac{\tilde{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.13 - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.10)(0.90)}{200}}} = 1.41$$

Erg.: Da wir den z-Wert 1.41 erhalten haben und dieser nicht größer ist als 1.645 – müssen wir davon ausgehen, dass die Werbekampagne keine signifikante Steigerung der Beliebtheit des Produktes erbracht hat.

Aufgabe 6.a.)

Wie wir gerade festgestellt haben, war die Werbekampagne nicht erfolgreich.

Folgende Fragestellungen sind nun interessant:

1. Wie lautet der exakte p-Wert für den Schätzer der Stichprobe. (Siehe Z-Wert der Stichprobe)
2. Welche Irrtumswahrscheinlichkeit müsste mindestens gewählt werden, dass die Werbekampagne als doch erfolgreich beurteilt werden kann? (Bitte die Irrtumswahrscheinlichkeit nur in ganzen Zahlen angeben!)

1. z-Wert = 1.41

   p-Wert = 0,5 – 0,4207 = 0,0798

2. Für den z-Wert 0,0798 ist die Wahrscheinlichkeit einen Alpha-Fehler zu begehen 7,98 Prozent. Also wäre bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von mindestens 8% (einseitiger Test) der z-Wert im Ablehnungsbereich.

Aufgabe 7:

x	0	1	2	3	4	0
p(x)	.1	.1	.2	.4	.1	.1

- Frage:

a) E(x)

b) σ

Beispiel:

x	$p(x)$	$xp(x)$	$(x-\mu)^2$	x^2
0	0.2	0		
1	0.1	0.1		
2	0.2	0.4		
3	0.4	1.2		
4	0.1	0.4		
$\sum$	1	2.1		

$$E(x) = 2.1 = \mu$$

$$\sigma^2 = \sum_x (x-\mu)^2 p(x)$$

$$\sigma^2 = \sum_x x^2 p(x) - \mu^2$$

$$\sigma^2 = 1.69$$

Aufgabe 7:

Jedes Jahr geben die Deutschen durchschnittlich € 683 für Klamotten aus. Die Standardabweichung beträgt € 121. Fritz gibt 36 Prozent mehr als der Durchschnitt für Klamotten aus. Wie viel Prozent der Personen geben weniger als Fritz aus?

Zuerst bestimmen wie viel Geld Fritz ausgibt:

683 * 1,36 = 929

Dann damit einfach z-Transformation:
(929 - 683) / 121 = 2,03

Und richtige Fläche bestimmen:
A = 0,4788

A = 0,5 + 0,4788 = 0,9788